

МРНТИ 73.37.41

[https://doi.org 10.53364/24138614_2024_33_2_3](https://doi.org/10.53364/24138614_2024_33_2_3)¹С.Ж.Карипбаев, ¹М.А. Бимагамбетов*, ¹А.К.Молдабеков,¹Ж.С. Жумадилов, ¹Ж.А. Азелханова¹Азаматтық авиация академиясы, Алматы қ., ҚР.

*E-mail: m.bimagambetov@agakaz.kz

ЭЛЕКТРСТАТИКАЛЫҚ АСПАДАҒЫ ТҮЙІСПЕЙТІН ГИРОСКОПТЫ ТОЛҚЫТУ МОМЕНТТЕРІНІҢ КҮШ ФУНКЦИЯСЫН ТҮРҒЫЗУ

Аңдатпа. Қатты дененің электрлік және магниттік өрістердегі қозғалысын зерттеу заманауи техниканың әртүрлі салаларында жаңа машиналар мен құрылғыларды жасау кезінде туындайтын көптеген қолданбалы мәселелермен тығыз байланысты. Ротор бетінің таза тегіс болмауы электродтардың сфералық емес болуына, негіздің шамадан тыс жүктелуі мен тербелісі кезінде және аспаның электр аралық кеңістігін толтыратын нөлдік электрод болмаған кезде пайда болатын аспадағы ротор массаларының орталығының ығысуына байланысты гироскоп дәлдіктерінде ауытқулар пайда болуы мүмкін. Нутация бұрышының өрнегі уақытқа байланысты алынады және ротордың нутациялық тербелістерінің ыдырау процесінің уақыт тұрақтысы анықталады. Ротордың асферизациясын ескере отырып, нақты гироскопқа арналған ауытқулар анықталған.

Түйін сөздер: электрстатикалық гироскоп, электрод, ротордың асферизациясы, инерциялық күштер.

Кіріспе. Өткізгіш қатты дене электрмагниттік өрісте қозғалған кезде денеден электр тоғы пайда болады. Электр тоқтарының пайда болуы, бір жағынан, магнит өрісімен әрекеттесе отырып, дененің қозғалысын өзгертетін күштердің пайда болуына әкеледі. Екінші жағынан, электр тоғының пайда болуы электрмагниттік өрістің өзгеруіне әкеледі. Осы мәселелердің барлығын теориялық тұрғыдан қарастырғанда механикалық және электрдинамикалық эффекттерді де ескеру қажет. Классикалық пәндердің – теориялық механика мен электрдинамиканың тоғысқан жерінде орналасқан бұл мәселе жалпы тұжырымда аналитикалық зерттеулер үшін өте күрделі.

Ауыр қатты дененің қозғалмайтын нүкте айналасындағы қозғалысын сипаттайтын қарапайым дифференциалдық теңдеулер жүйесін (Эйлер-Пуассон теңдеулері) математикалық зерттеудің қиындықтары жақсы белгілі.

Қатты дененің магниттік және электр өрістеріндегі қозғалысы туралы есептегі бұл қиындықтар электромагниттік өрісті анықтайтын және дененің қозғалысына тәуелді есептерді шешу қажеттілігімен күрделене түседі.

Қандай да бір күш өрісінде вакуумда ілінген қатты денені қарастырайық.

Шар тәрізді ротор вакуум ішінде, реттелуге болатын электр өрісінде ілінеді. Осындай аспадағы қолдаушы күштерді массалар центрі геометриялық центрге сәйкес келетін ротор бетіне нормаль бойымен бағытталған, ал қолдаушы күштердің массалар центріне қатысты моменті нөлге тең деуге болады. Мұндай жағдай гироскоптың айналу өсінің кеңістікте тұрақты бағытын ұзақ уақыттар бойы сақтауына мүмкіндік береді. Іс жүзінде әрқашан ротордың беттік жазықтығы сфера түрінен алшақтау болады, сондықтан нақты аспапта оның дәлдігіне әсер ететін толқыту моменті пайда болады.

Шындығында, ротордың бет қабатын мүлтіксіз сфера түрінде болады деп айтуға болмайды. Осының әсерінен аспапта ауытқыту моменті пайда болады.

Негізгі бөлім. Роторға әсер ететін күштердің басты векторы мен басты күштер моментін есептеу үшін төменде көрсетілген формулалар қолданылады [1,2]

$$F = \iint_{S_1}^U f n ds \quad (1)$$

$$M = \iint_{S_1}^U f [rxn] ds, \quad (2)$$

мұндағы $f = \frac{1}{8\pi} \left(\frac{\partial U}{\partial n} \cdot \dot{s}_1 \right)^2 - ds$ беттік элементке әсер ететін тірек күштерінің тығыздығы; n – ротордың S_1 бетіне түсірілген сыртқы нормальдың бірлік векторы; r – массалар центрінен ротор S_1 бетінің нүктесіне жүргізілген радиус векторы; U – электрстатикалық аспадағы өріс потенциалының функциясы.

Мақалада электрстатикалық гироскоптың аспасындағы өріс есептелген.

Аспа электродтары мен ротордың арасында аздаған ғана саңылаулар болғандағы тірек күштерінің тығыздығы үшін өрнек алынды.

$$f = \frac{(u_j - u_b)^2}{8\pi d^2 R^2}, \quad d = \frac{R_1 - R}{R}, \quad (3)$$

мұндағы

u_j - j -ші электродтың потенциалы; u_b - ротордың потенциалы;

R_1 – электродтар орналасқан сфераның радиусы;

d – ротор мен электродтар арасындағы салыстырмалы саңылау [2].

Ротордың потенциалы келесі өрнекпен анықталады [3]

$$u_b = V[q + 3(1 - \cos \psi)], \quad (4) \text{ мұндағы } q - \text{ ротордың заряды.}$$

Полярлық осі ξ_3 бар сфералық жүйе ϑ_1, φ_1 үшін ξ_1, ξ_2, ξ_3 үшбұрышының осіне түскен бас моменттің проекциялары келесі түрде болады:

$$M_1 = fR^2 \iint_{S_1}^u \left(\frac{\partial r}{\partial \vartheta_1} \sin \vartheta_1 \sin \varphi_1 + \frac{\partial r}{\partial \varphi_1} \cos \vartheta_1 \cos \varphi_1 \right) d\vartheta_1 d\varphi_1;$$

$$M_2 = fR^2 \iint_{S_1} \left(-\frac{\partial r}{\partial \vartheta_1} \sin \vartheta_1 \cos \varphi_1 + \frac{\partial r}{\partial \varphi_1} \cos \vartheta_1 \sin \varphi_1 \right) d\vartheta_1 d\varphi_1;$$

$$M_3 = fR^2 \iint_{S_1} \left(-\frac{\partial r}{\partial \vartheta_1} \sin \vartheta_1 \right) d\vartheta_1 d\varphi_1. \quad (5)$$

Нақты болу үшін ротордың алты электродты аспасын қарастырамыз.

Электродтарды ξ_i осінің оң бағыты (2i-1)-ші электродқа, ал теріс бағыты (2i)-ші электродқа сәйкес келетіндей етіп нөмірлейік.

Сәйкес S электрод беттерінің теңдеулері келесідей болады [3]:

$$S_{2i} = \left\{ \begin{array}{l} 0 \leq \varphi_i \leq 2\pi \\ \pi - \psi_0 \leq \vartheta_i \leq \pi \end{array} \right\}, \quad S_{2i-1} = \left\{ \begin{array}{l} 0 \leq \varphi_i \leq 2\pi \\ 0 \leq \vartheta_i \leq \psi_0 \end{array} \right\}. \quad (6)$$

Бірінші теңдеу $r = 1$ деп алсақ, ротормен қатаң қосылған үшбұрыштың сфералық координатасындағы ротордың деформациясының теңдеуін аламыз.

$$u_r(\alpha, \beta) = -\frac{\rho R^3 (2+\mu)}{2G(7+5\mu)} \left[\left(b^2 - \frac{a^2}{2} \right) \left(\cos^2 \alpha - \frac{1}{3} \right) + ab \sin 2\alpha \cos(\beta - vt) + \frac{a^2}{2} \sin^2 \alpha \cos(2vt - 2\beta) \right]. \quad (7)$$

Роторды асферизациялау үшін оны динамикалық симметрия осінің O_{x_3} бойымен айналдырамыз. Бұл жағдайда нутация бұрышы $\vartheta=0$, яғни бұрыштық жылдамдық векторының x_1 осіне проекциясы $a=0$, ал x_3 осіне $\omega=L/I_3$. Бұрыштық жылдамдықтың бұл проекциясын (7-ге) қойып, O_{x_3} өсінде айналу кезіндегі ротордың деформациясының теңдеулерін аламыз.

$$u_r(\alpha, \beta) = -\frac{\rho R^3 (2+\mu)}{2G(7+5\mu)} \left[\left(\frac{L}{I_3} \right)^2 \left(\cos^2 \alpha - \frac{1}{3} \right) \right].$$

Сосын (7) –ші теңдеуден соңғы алынған өрнекті азайтсақ Эйлер-Пуансо қозғалысына жақын қозғалыстағы деформацияланған ротор бетінің теңдеуін оның деформациясын ескере отырып жаза аламыз.

$$r_1 = R + \left\{ -\frac{\rho R^3 (2+\mu)}{2G(7+5\mu)} L^2 \left[-\sin^2 \vartheta \left(\frac{1}{I_3^2} + \frac{1}{2I_1^2} \right) * \left(\cos^2 \alpha - \frac{1}{3} \right) + \frac{1}{2I_1 I_3} \sin 2\vartheta \sin 2\alpha \cos(\beta - vt) + \frac{1}{2I_1^2} \sin^2 \vartheta \sin^2 \alpha \cos(2vt - 2\beta) \right] \right\}. \quad (8)$$

(8) теңдеуді сфералық координаталары α, β және ϑ_1, φ_1 , полярлық осі ξ_3 болатындай етіп жазып, түрлендіреміз.

$$\begin{vmatrix} \sin\alpha & \cos\beta \\ \sin\alpha & \sin\beta \\ \cos\alpha & \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} & \beta_{13} \\ \beta_{21} & \beta_{22} & \beta_{23} \\ \beta_{31} & \beta_{32} & \beta_{33} \end{vmatrix} * \begin{vmatrix} \sin\vartheta_1 & \cos\varphi_1 \\ \sin\vartheta_1 & \sin\varphi_1 \\ \cos\vartheta_1 & \end{vmatrix} .$$

(9)

Кинетикалық моменттің векторы $\xi_1 \xi_3$ жазықтығында жатыр деп алайық, яғни $\zeta = 0$, сонда (1.3)-ті ескерсек келесі өрнекті аламыз

$$\begin{aligned} \beta_{11} &= \gamma_3 \cos \frac{L}{I_1} t \sin vt - \gamma_3 \cos\vartheta \sin \frac{L}{I_1} t \cos vt + \gamma_1 \sin \vartheta \cos vt ; \\ \beta_{12} &= \sin \frac{L}{I_1} t \sin vt + \cos\vartheta \cos \frac{L}{I_1} t \cos vt; \\ \beta_{13} &= -\gamma_1 \cos \frac{L}{I_1} t \sin vt + \gamma_1 \cos\vartheta \sin \frac{L}{I_1} t \cos vt + \gamma_3 \sin \vartheta \cos vt ; \\ \beta_{21} &= -\gamma_3 \cos \frac{L}{I_1} t \cos vt - \gamma_3 \cos\vartheta \sin \frac{L}{I_1} t \sin vt + \gamma_1 \sin \vartheta \sin vt; \\ \beta_{22} &= -\sin \frac{L}{I_1} t \cos vt + \cos\vartheta \cos \frac{L}{I_1} t \sin vt ; \\ \beta_{23} &= \gamma_1 \cos \frac{L}{I_1} t \cos vt + \gamma_1 \cos\vartheta \sin \frac{L}{I_1} t \sin vt + \gamma_3 \sin \vartheta \sin vt ; \\ \beta_{31} &= \gamma_3 \sin \vartheta \sin \frac{L}{I_1} t + \gamma_1 \cos \vartheta ; \\ \beta_{32} &= -\sin \vartheta \cos \frac{L}{I_1} t ; \\ \beta_{33} &= -\gamma_1 \sin \vartheta \sin \frac{L}{I_1} t + \gamma_3 \cos \vartheta . \end{aligned} \tag{10}$$

(9)-өрнекті ескере отырып, ϑ_1, φ_1 сфералық координаталарындағы ротор корпусымен қатаң байланысқан $\xi_1 \xi_2 \xi_3$ үшбұрышында деформацияланған ротор бетінің теңдеуін аламыз [4].

$$\begin{aligned} &\left\{ \frac{1}{3} \sin^2 \vartheta \left(\frac{1}{I_3^2} + \frac{1}{2I_1^2} \right) - \sin^2 \vartheta \left(\frac{1}{I_3^2} + \frac{1}{2I_1^2} \right) [\beta_{31} \sin \vartheta_1 \cos \varphi_1 + \right. \\ &+ \beta_{32} \sin \vartheta_1 \sin \varphi_1 + \beta_{33} \cos \vartheta_3]^2 + \frac{1}{I_1 I_3} \sin 2\vartheta (\beta_{31} \sin \vartheta_1 \cos \varphi_1 + \\ &+ \beta_{32} \sin \vartheta_3 \sin \varphi_3 + \beta_{33} \cos \vartheta_3) * \left\{ \cos vt (\beta_{11} \sin \vartheta_1 \cos \varphi_1 + \beta_{12} \sin \vartheta_1 \sin \varphi_1 + \right. \\ &+ \beta_{13} \cos \vartheta_1) + \frac{1}{2I_1^2} \sin^2 \vartheta \cos 2vt \{ [\beta_{11} \sin \vartheta_1 \cos \varphi_1 + \beta_{12} \sin \vartheta_1 \sin \varphi_1 + \\ &+ \beta_{13} \cos \vartheta_3]^2 + \sin vt (\beta_{21} \sin \vartheta_1 \cos \varphi_1 + \beta_{22} \sin \vartheta_1 \sin \varphi_1 + \beta_{23} \cos \vartheta_1) \} + \\ &+ [\beta_{21} \sin \vartheta_1 \cos \varphi_1 + \beta_{22} \sin \vartheta_1 \sin \varphi_1 + \beta_{23} \cos \vartheta_3]^2 \} + \\ &+ \frac{1}{I_3^2} \sin^2 \vartheta \sin 2vt \{ (\beta_{11} \sin \vartheta_1 \cos \varphi_1 + \beta_{12} \sin \vartheta_1 \sin \varphi_1 + \beta_{13} \cos \vartheta_1) * \\ &(\beta_{21} \sin \vartheta_1 \cos \varphi_1 + \beta_{22} \sin \vartheta_1 \sin \varphi_1 + \beta_{23} \cos \vartheta_1) \} \}. \end{aligned} \tag{11}$$

11) теңдеуді (5) формулаларға қойып электрод беттері бойынша интегралдау жүргіземіз, содан кейін алынған өрнектерді нақты шығару

уақытында орталап, (10) өрнектерді ескере отырып, бесінші және алтыншы электродтар тарабынан әсер ететін тірек күштері моментінің проекциясы үшін келесі өрнектерге ие боламыз [5], сәйкесінше

$$\begin{aligned} M_1^{(5)} = M_3^{(5)} = 0, \quad M_2^{(5)} = f_5 M_0 \gamma_1 \gamma_3 ; \\ M_1^{(0)} = M_3^{(0)} = 0, \quad M_2^{(0)} = f_0 M_0 \gamma_1 \gamma_3 , \end{aligned} \quad (12)$$

мұндағы

$$M_0 = \frac{\rho R^3 (2+\mu) \pi L^2}{2G(7+5\mu)I_3^2} \sin^2 \vartheta \left[-(3 \cos^2 \vartheta - 1) + \frac{I_3^2}{I_1^2} (3 \sin^2 \vartheta - 1) + 6 \frac{I_3}{I_1} \cos^2 \vartheta \right] \cos \psi \sin^2 \psi.$$

Қарастырылып отырған сфералық координаталар жүйесінде (6)-ны басқа электродтардың беттерімен интегралдау қиын. Бірақ аспа электродтарының осы конфигурациясының симметриясын ескере отырып, қажетті нәтижені полярлық осьтері ξ_2 және ξ_3 бар басқа сфералық координаттарды пайдалану арқылы және сәйкесінше S_3 және S_4 және S_1 және S_2 -ден интегралдау кезінде алуға болады.

Көрсетілген түрлендірулерді орындап, келесі өрнектерді аламыз

$$\begin{aligned} M_1^{(3)} = M_2^{(3)} = M_3^{(3)} = 0, \\ M_1^{(4)} = M_2^{(4)} = M_3^{(4)} = 0, \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} M_1^{(1)} = M_3^{(1)} = 0, \quad M_2^{(1)} = -f_1 M_0 \gamma_1 \gamma_3, \\ M_1^{(2)} = M_3^{(2)} = 0, \quad M_2^{(2)} = -f_2 M_0 \gamma_1 \gamma_3. \end{aligned}$$

(12) және (13) қолданып, барлық электродтардан роторға әсер ететін қосынды моменттің проекциялары үшін өрнектерді табамыз.

$$M_1 = M_3 = 0, \quad M_2 = (f_5 + f_0 - f_1 - f_2) M_0 \gamma_1 \gamma_3. \quad (14)$$

Жалпы жағдайда кинетикалық момент ξ_1, ξ_2, ξ_3 координаталар жүйесіне қатысты ерікті түрде орналасса, кинетикалық момент векторы ξ_1 ξ_3 жазықтығында жатқан жағдайға ұқсас пайымдауларды орындай отырып, барлық аспа электродтарынан әсер ететін тірек күштер моментінің проекциялары үшін келесі өрнектерді алуға болады [6]

$$\begin{aligned} M_1 = (f_3 + f_4 - f_5 - f_0) M_0 \gamma_2 \gamma_3, \\ M_2 = (f_5 + f_0 - f_1 - f_2) M_0 \gamma_3 \gamma_1, \\ M_3 = (f_1 + f_2 - f_3 - f_4) M_0 \gamma_1 \gamma_2. \end{aligned} \quad (15)$$

Қарастыруға келесі функцияны аламыз

$$W = W(\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3)$$

(16)

(16) функциясының $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ бұрыштары бойынша туындылары қозғалмайтын ξ_1 ξ_2 ξ_3 үшбұрышының осіндегі ротор бетіне нормаль бойымен әсер ететін күштер моменттерінің проекцияларын береді [1].

$$\begin{aligned}
 M_1 &= \gamma_2 \frac{\partial W}{\partial \gamma_3} - \gamma_3 \frac{\partial W}{\partial \gamma_2}, \\
 M_2 &= \gamma_3 \frac{\partial W}{\partial \gamma_1} - \gamma_1 \frac{\partial W}{\partial \gamma_3}, \\
 M_3 &= \gamma_1 \frac{\partial W}{\partial \gamma_2} - \gamma_2 \frac{\partial W}{\partial \gamma_1}.
 \end{aligned} \tag{17}$$

(15), (16) және (17) ден қарастырылып отырған жағдайда күштер моменттерінің күш функциясы ротордың кинетикалық моментінің бағыттық косинустарының квадраттық формасы болады.

$$W = \frac{M_0}{2} [(f_1 + f_2)\gamma_1^2 + (f_3 + f_4)\gamma_2^2 + (f_5 + f_6)\gamma_3^2] \tag{18}$$

Қатты дене контактысыз аспада қозғалыссыз болған жағдайда тірек күштерінің негізгі векторы F денеге түсірілген массалық күштердің негізгі векторымен теңеседі (массалық күштерге тартылыс күші, ауыспалы қозғалыстың инерция күші және т.б.жатады).

Сонымен, күш функциясы (18) массасы дененің массасына тең, ал массалар центрі контактысыз аспа центрінен $R_1 \varepsilon_1$ шамасына ығысқан маятниктің күш функциясын көрсетеді.

Бұл жағдайда күш функциясымен анықталатын толқулар сызықты болады. ξ_1, ξ_2, ξ_3 өстері жазықтықта өзгеріссіз бағытталған дененің симметрия өсінің бағыттаушы косинустарына сызықты тәуелді болатын күш функциясын тұрғызу мүмкін болса ондай толқулар сызықты деп аталады.

Тірек күштердің (3) тығыздығының формулаларын ескере отырып, күш функциясын [1] түрінде қайта жазамыз.

$$W = -\frac{M_0}{16\pi d^2 R^2} \sum_{j=1}^3 [u_{2j-1}^2 + u_{2j}^2 - 2u_b(u_{2j-1} + u_j)] \gamma_0^2. \tag{19}$$

Моменттерге әрі қарай талдау жасау үшін u_j потенциалдары үшін нақты өрнектерді көрсету қажет.

Аспаны реттеу жүйесінің әртүрлі арналарына жауапты электродтар қиылыспауы керек, сондықтан (12) дегі $\mu_0 = \cos \psi_0$ мәні $1/\sqrt{2} < \mu_0 < 1$ ($0 < \psi < \frac{\pi}{4}$) теңсіздігін қанағаттандыра алады.

Демек, бесінші гармоникадан бастап электродтың өлшемін анықтайтын осындай ψ_0 бұрышын таңдап алуға болады, яғни

$$P_{k-1}(\cos \psi_0) - P_{k+1}(\cos \psi_0) = 0. \tag{20}$$

Көрсетілген ψ_0 таңдалғанда дене пішініндегі k -й гармоникасынан болуынан туындаған момент нөлге тең болады. Атап айтқанда, $k = 5$ үшін (20) теңдеудің түбірі $\psi \approx 40^\circ$, $k = 6$ үшін $\psi \approx 34^\circ$, $k = 7$ үшін $\psi \approx 29^\circ$ және т.б.

Тұрақты ток көзіндегі реттеу жүйесін қарастырайық. Бұл жағдайда электродтар потенциалдары u_j төмендегі теңсіздікті қанағаттандырады

$$0 \leq u_j \leq 2V_0, \text{ мұндағы } V_0 - \text{ электродтардағы берілетін ток кернеуі.}$$

Егер реттеу жүйесінің динамикасын ескермесе, электродтардың потенциалдарын басқару заңын төмендегідей көрсетуге болады

$$u_{2j-1} = V_0 - V_j, \quad u_{2j} = V_0 + V_j, \quad |V_j| \leq V_0. \quad (21)$$

Көрсетілген өрнектердегі $V_j = \text{const}$ – ротордың масса орталығының аспа білігінде орналасуының тұрақтылығын қамтамасыз ету үшін электродтарға реттеу жүйесімен берілетін қосымша кернеу

$$V_j = - \frac{\pi h^2 F_j}{\left(\sqrt{2} \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{2}}\right) V},$$

$$F_j = \frac{1}{2\pi\sqrt{2}h^2} \left(\operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{2}}\right) (u_{2j-1}^2 - u_{2j}^2).$$

Электродтар потенциалдары түзу сызықтық заң бойынша реттелсе, онда (19)-дағы $u_{2j-1}^2 + u_{2j}^2 - 2u_b(u_{2j-1} + u_{2j})$ өрнегін денеге түскен қолдаушы басты вектордың ξ_2 өсіне түскен проекциясы арқылы көрсетуге болады

$$u_{2j-1}^2 + u_{2j}^2 - 2u_b(u_{2j-1} + u_{2j}) = 2V(V - 2u_b) + \frac{8d^4 F_j^2}{(V+u_b)^2(1-\cos^2\psi)^2} \quad (22)$$

ξ_1, ξ_2 и ξ_3 өсіндегі қолдаушы F күштерінің тең әсерлі күшінің проекцияларын $F_1 = F \sin \vartheta_1 \cos \varphi_1, F_2 = F \sin \vartheta_1 \sin \varphi_1, F_3 = F \cos \vartheta_1$ түріне келтіреміз. Мұндағы поляр өсі ξ_3 болатын сфералық координаттар жүйесінің екі бұрышы ϑ_1 и φ_1 массалық күштердің басты векторының орналасуын анықтайды.

Электродтар потенциалдары ерікті бола алмайды: қозғалмайтын іргетастағы электрстатикалық гироскоптың тұрақтанған жұмыс режимінде қолдаушы F күштерінің басты векторы ротордың ауырлық күшімен P теңеледі. (22), (4) және тірек күштер векторының (17) проекциясын ескере отырып (20)-ға қойсақ, онда электрстатикалық өрістен зарядталмаған роторға әсер ететін күштер моменттерінің квадраттық модулін алуға болады.

$$(M^*)^2 \{ \sin^2 2\lambda [\sin^2 \zeta f_1^2(\vartheta_1 \varphi_1) + \cos^2 \zeta f_2^2(\vartheta_1 \varphi_1)] + \sin^4 \lambda \sin^2 2\xi f_3^2(\vartheta_1 \varphi_1) \},$$

мұндағы $f_1(\vartheta_1 \varphi_1) = \cos^2 \vartheta_1 - \sin^2 \varphi_1 \sin^2 \vartheta_1, \quad f_3(\vartheta_1 \varphi_1) = \sin^2 \vartheta_1 \cos 2\varphi_1,$

$$f_2(\vartheta_1 \varphi_1) = \cos^2 \vartheta_1 - \cos^2 \varphi_1 \sin^2 \vartheta_1,$$

$$M^* = - \frac{M_0}{2\pi R^2} \left[\frac{d mg}{V(4 + 3\cos\psi)(1 - \cos^2\psi)} \right]^2.$$

Қоздырғыш моментінің кинетикалық момент векторының бағытына тәуелділігін зерттейік.

$\lambda=0$ болған жағдайда, яғни кинетикалық моменттің векторы ξ_3 осі бойымен бағытталған кезде момент нөлге тең болатынын көруге болады.

Ауырлық күші электродтардың симметрия осьтерінің біріне коллинеар болған жағдайда момент өзінің ең үлкен мәніне жетеді, яғни (18)дегі $F_1=mg$ болғанда.

Есептеуге мысал. Электрстатикалық гироскопты қарастырамыз.

Электродтарға берілетін кернеу $V_0 = 450$ В, ротор мен электродтар арасындағы салыстырмала саңылау $d=6 \cdot 10^{-3}$.

Кинетикалық моменттің векторы $\xi_1 \xi_3$ жазықтығында жатқан болсын. Электродтардың геометриялық өлшемдерін анықтайтын бұрыш $\psi_0 = \arccos(5/6)$. (7)-өрнек бойынша алатынымыз

$$M_{max} = 3.2 \cdot 10^{-4} \text{ г см}^2/\text{с}^2.$$

Бұл шама $\vartheta = \pi/2$ болғанда және кинетикалық моменттің векторы ξ_3 өсімен бұрыш $\pi/4$ или $3\pi/4$, т.е. $\gamma_1, \gamma_3 = 0.5$ құрағанда қол жетімді болады. M_{max}/L өрнегімен электрстатикалық гироскоптың мүмкін болар ауытқуының шамасын анықтаймыз. Қазіргі қолданыстағы прецизионды гироскоп үшін $10^{-3} - 10^{-5}$ град/сағ. ауытқу қомақты болып саналады.

Ротордың “қос айналуын” ескере отырып асферизация жүргізелік. Ол үшін $\tilde{u}_r(\alpha, \beta)$ функциясын ендіреміз.

$$\tilde{u}_r(\alpha, \beta) = -\frac{\rho R^3 (2 + \mu)}{2G(7 + 5\mu)} q^* \left(\frac{L}{I_3}\right)^2 \cos^2 \alpha, \quad (23)$$

мұндағы q^* -әзірше белісіз коэффициент.

(23) өрнекті (7) –ден алып тастасақ, ротордың асферизациялануы ескерілген Эйлер-Пуансо қозғалысына жақын, деформацияланған қозғалыстағы ротордың беткі жазықтығын аламыз.

$$r = R + \left\{ -\frac{\rho R^3 (2 + \mu)}{2G(7 + 5\mu)} L^2 \left[\left(\left(b^2 - q^* \frac{L^2}{I_3^2} \right) - \frac{a^2}{2} \right) \cos^2 \alpha + ab \sin 2\alpha \cos(\beta - vt) + \frac{a^2}{2} \sin^2 \alpha \cos(2vt - 2\beta) \right] \right\}$$

Әрі қарай жоғарыда көрсетілген ұқсас есептеулерге сүйене отырып, M_0 үшін келесі өрнекті аламыз [3]

$$M_0 = \frac{\rho R^5 (2 + \mu) \pi L^2}{2G(7 + 5\mu) I_3^2} \left[(3 \cos^2 \vartheta - 1)(\cos^2 \vartheta - q^*) + \frac{I_3^2}{I_1^2} (\sin^2 \vartheta - 1) \sin^2 \vartheta + 6 \frac{I_3}{I_1} \cos^2 \vartheta \sin^2 \vartheta \right] \cos \psi \sin^2 \psi \quad (24)$$

(17) және (18) өрнектерден M_0 нөлге тең болғанда роторға әсер ететін электрстатикалық өрістің толқыту моменті де нөлге теңелетіні көрінеді

$$q^* = \frac{I_3^2 \sin^2 \vartheta (3 \sin^2 \vartheta - 1)}{I_1^2 (3 \cos^2 \vartheta - 1)} + 6 \frac{I_3 \sin^2 \vartheta \cos^2 \vartheta}{I_1 (3 \cos^2 \vartheta - 1)} * \cos^2 \vartheta. \quad (25)$$

Қорытынды. 1. (25) – өрнектен көрінгендей $\vartheta = \arccos\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ болғанда айнымалы коэффициент q^* -дің өзіндік ерекшелігі болады, яғни электрстатикалық гироскопта орын алатын ротордың сәйкесінші қозғалу режимінде инерциялық күштер әсерінен пайда болатын толқыту моменттерінен асферизациялау жолымен арылу мүмкін емес.

2. Электродтар потенциалдары ерікті бола алмайды: қозғалмайтын іргетастағы электрстатикалық гироскоптың тұрақтанған жұмыс режимінде қолдаушы F күштерінің басты векторы ротордың ауырлық күшімен P теңеледі.

(22), (4) және тірек күштер векторының (17) проекциясын ескере отырып (20)-ға қойсақ, онда электрстатикалық өрістен зарядталмаған роторға әсер ететін күштер моменттерінің квадраттық модулін алуға болады.

3. Ауырлық күші электродтардың симметрия өстерінің біріне коллинеар болған жағдайда момент өзінің ең үлкен мәніне жетеді.

С.Ж.Карипбаев, М.А. Бимагамбетов, А.К.Молдабеков,
Ж.С.Жумадилов, Ж.А.Азелханова

ПОСТРОЕНИЕ СИЛОВОЙ ФУНКЦИИ МОМЕНТОВ ВОЗБУЖДЕНИЯ КОНТАКТНОГО ГИРОСКОПА В ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОЙ ПОДВЕСКЕ

Аннотация. Изучение движения твердого тела в электрическом и магнитном полях тесно связано со многими прикладными проблемами, возникающими при разработке новых машин и устройств в различных областях современной техники. Отсутствие чистой гладкости поверхности ротора может привести к колебаниям точности гироскопа из-за несферичности электродов, смещению центра масс Ротора в подвеске, которое происходит при перегрузке и колебаниях основания, а также при отсутствии нулевого электрода, заполняющего межэлектродное пространство подвески. Выражение угла нутации берется в зависимости от времени и определяется постоянной времени процесса распада нутационных колебаний Ротора. С учетом асферизации Ротора выявлены отклонения для конкретного гироскопа.

Ключевые слова: электростатический гироскоп, электрод, асферизация Ротора, инерционные силы.

S.J.Karipbayev, M.A. Bimagambetov, A.K.Moldabekov,
J.S.Zhumadilov, J.A.Azelkhanova

CONSTRUCTION OF THE FORCE FUNCTION OF THE EXCITATION MOMENTS OF A CONTACT GYROSCOPE IN AN ELECTROSTATIC SUSPENSION

Abstract. *The study of the motion of a solid body in electric and magnetic fields is closely related to many applied problems that arise in the development of new machines and devices in various fields of modern technology. The lack of clean smoothness of the rotor surface can lead to fluctuations in the accuracy of the gyroscope due to the non-spherical electrodes, displacement of the center of mass of the Rotor in the suspension, which occurs during overload and vibrations of the base, as well as in the absence of a zero-electrode filling the interelectrode space of the suspension. The expression of the nutation angle is taken as a function of time and the time constant of the decay process of the nutation oscillations of the Rotor is determined. Taking into account the aspherization of the Rotor, deviations for a specific gyroscope were revealed.*

Keywords: *electrostatic gyroscope, electrode, rotor aspherization, inertial forces.*

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Карипбаев С.Ж., Луценко Н.С. Оценки влияния неоднородности материала ротора на его моменты инерции и деформацию - IV International Scientific and RracticalCinference "INTERNATIONAL SCIENTIFIC DISCUSSION: PROBLEMS, TASKS AND PROSPECTS" Scientific Publishing Center «InterConf» Brighton, Great Britain, 2022, стр 553 – 543.
2. Тулегулов А.Д., Ергалиев Д.С., Алдамжаров К.Б., Бажаев Н.А. Количественные оценки переходного процесса ротора бесконтактного гироскопа - Известия НАН РК, серия геологии и технических наук, Алматы, 2021, № 6 с. 147-154.
3. Мартыненко Ю.Г. Движение твердого тела в электрических и магнитных полях. – М.: Наука, 1988. – 368 с.
4. Карипбаев С.Ж., Ландау Б.Е., Мартыненко Ю.Г., Подалков В.В. Зависимость угловой скорости электростатического гироскопа от температуры окружающей среды // Изв. РАН. МТТ. -1993. - №3. – С. 42-49.
5. Алдамжаров К.Б., Карипбаев С.Ж. Деформация точек ротора гироскопа с неконтактным подвесом, вызванных неравномерностью его нагрева // Механика и строительство транспортных сооружений. Труды Международной научно-практической конференции, посвященной 75-летию заслуженного деятеля науки и техники Казахстана, академика НАН РК, д.т.н., профессора Айталиева Ш.М., Алматы. 2010. - С. 335-337.

References

1. Karipbaev S.J., Lýtsenko N.S. Otsenkı vlianiia neodnorodnosti materiala rotora na ego momenty inertsii i deformatsiiy - IV International Scientific and RracticalCinference "INTERNATIONAL SCIENTIFIC DISCUSSION: PROBLEMS, TASKS AND PROSPECTS" Scientific Publishing Center «InterConf» Brighton, Great Britain, 2022, str 553 – 543.
2. Týlegýlov A.D., Ergaliev D.S., Aldamjarov K.B., Bajaev N.A. Kolichestvennye otsenkı perehodnogo protsessa rotora beskontaktnogo giroskopa - Izvestiia NAN RK, seriia geologii i tehniceskıh náyk, Almaty, 2021, № 6 s. 147-154.
3. Martynenko Iy.G. Dvijenie tverdogo tela v elektricheskıh i magnitnyh poliah. – M.: Náyka, 1988. – 368 s.
4. Karipbaev S.J., Landaý B.E., Martynenko Iy.G., Podalkov V.V. Zavisimost ýglovoi skorosti elektrostáticheskogo giroskopa ot temperatury okryjaiyei sredy // Izv. RAN. MTT. -1993. - №3. – S. 42-49.
5. Aldamjarov K.B., Karipbaev S.J. Deformatsiia toчек rotora giroskopa s nekontaktnym podvesom, vyzvannyh neravnomernostiý ego nagreva // Mehanika i stroitelstvo transportnyh soorýjenni. Trýdy Mejdýnarodnoi náychno-prakticheskoi konferentsii, posviaennoi 75-letiiý zaslýjennogo deiatelia náyki i tehnikı Kazahstana, akademika NAN RK, d.t.n., professora Aıtalieva Sh.M., Almaty. 2010. - S. 335-337.

| | |
|-------------------|---|
| S.Zh. Karipbayev | Candidate of Technical Sciences, Doctor of PhD, Associate Professor of the Department of Aviation Equipment and Technologies; Academy of Civil Aviation, Almaty, Republic of Kazakhstan, e-mail: s.karipbayev@agakaz.kz |
| С.Ж. Карипбаев | Техника ғылымдарының кандидаты, PhD докторы, Авиациялық техника және технологиялар кафедрасының қауымдасқан профессоры; Азаматтық авиация академиясы, Алматы, Қазақстан Республикасы, e-mail: s.karipbayev@agakaz.kz |
| С.Ж. Карипбаев | Кандидат технических наук, доктор PhD, ассоциированный профессор кафедры «Авиационная техника и технологии»; Академия гражданской авиации, г. Алматы, Республика Казахстан; e-mail:s.karipbaev@agakaz.kz |
| М.А. Bimagambetov | Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Aviation Equipment and Technologies; Academy of Civil Aviation, Almaty, Republic of Kazakhstan; e-mail: m.bimagambetov@agakaz.kz |
| М.А. Бимагамбетов | Техника ғылымдарының кандидаты, доцент, авиациялық техника және технологиялар кафедрасының қауымдасқан профессоры; Азаматтық авиация академиясы, Алматы қ., Қазақстан Республикасы; e-mail: m.bimagambetov@agakaz.kz |
| М.А. Бимагамбетов | Кандидат технических наук, доцент, ассоциированный профессор кафедры «Авиационная техника и технологии»; Академия гражданской авиации, г. Алматы, Республика Казахстан; e-mail: m.bimagambetov@agakaz.kz |

| | |
|-----------------|---|
| A.K. Moldabekov | Candidate of Chemical Sciences, Associate Professor of the Department of Aviation Engineering and Technologies; Academy of Civil Aviation, Almaty, Republic of Kazakhstan; e-mail: a.moldabekov@agakaz.kz |
| А.Қ. Молдабеков | Химия ғылымдарының кандидаты, авиациялық техника және технологиялар кафедрасының қауымдасқан профессоры; Азаматтық авиация академиясы, Алматы қ., Қазақстан Республикасы; e-mail: a.moldabekov@agakaz.kz |
| А.К. Молдабеков | Кандидат химических наук, ассоциированный профессор кафедры «Авиационная техника и технологии»; Академия гражданской авиации, г. Алматы, Республика Казахстан; e-mail: a.moldabekov@agakaz.kz |
| J.S. Zhumadilov | Doctoral student of the department "Aviation equipment and technologies"; Academy of Civil Aviation, Almaty, Republic of Kazakhstan; e-mail: zhandos.zhumadilov@agakaz.kz |
| Ж.С. Жұмаділов | «Авиациялық техника және технологиялар» кафедрасының докторанты; Азаматтық авиация академиясы, Алматы қ., Қазақстан Республикасы; e-mail: zhandos.zhumadilov@agakaz.kz |
| Ж.С. Жумадилов | Докторант кафедры «Авиационная техника и технологии»; Академия гражданской авиации, г. Алматы, Республика Казахстан; e-mail: zhandos.zhumadilov@agakaz.kz |
| Zh. Azelkhanova | Sir lecturer of the department "Aviation equipment and technologies"; Academy of Civil Aviation, Almaty, Republic of Kazakhstan; e-mail: zh.azelkhanova@agakaz.kz |
| Ж.А.Азелханова | Авиациялық техника және технологиялар кафедрасының сеньор лекторы; Азаматтық авиация академиясы, Алматы қ., Қазақстан Республикасы; e-mail: zh.azelkhanova@agakaz.kz |
| Ж.А.Азелханова | Сеньор лектор кафедры «Авиационная техника и технологии»; Академия гражданской авиации, г. Алматы, Республика Казахстан; e-mail: zh.azelkhanova@agakaz.kz |